MECHANICS

CH.1 - STATIC
VECTORS

ENG\MOHAMED HAMDY

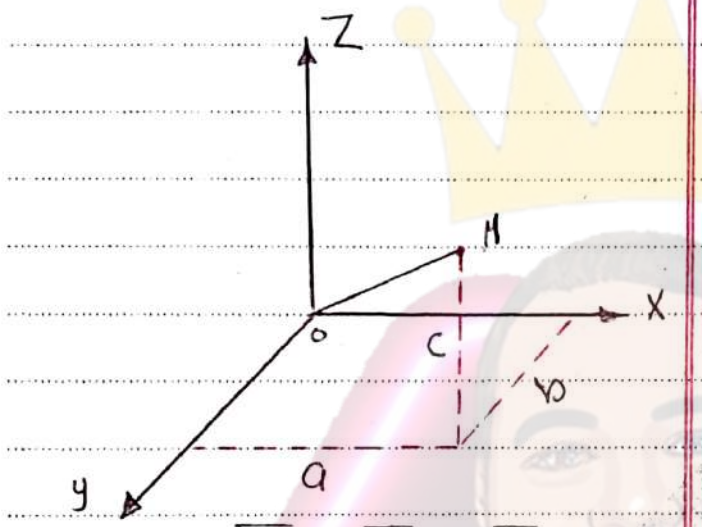
/01025135333

KING OF THE VECTORS

Ch1 - Vectors

Introduction and Basic Concepts

Three Dimension [3D]



$\rightarrow \overline{oM} = (a\,\bar{i}\,,\ b\,\bar{j}\,,\ c\,\bar{k})$

← في نظام الإحداثيات ثلاثي الأبعاد (3D) لإيجاد نقطة في الفراغ مثل (M) نتحرك أفقياً من نقطة الأصل (o) فنتحرك على محور (X) أولاً مسافة (a) ثم نتحرك على محور (Y) ثانياً مسافة (b) ثم نتحرك على محور (Z) ثالثاً مسافة (c) وبكده اصبح بالتجه

$oM = (a\,i\,,\ b\,j\,,\ c\,k)$

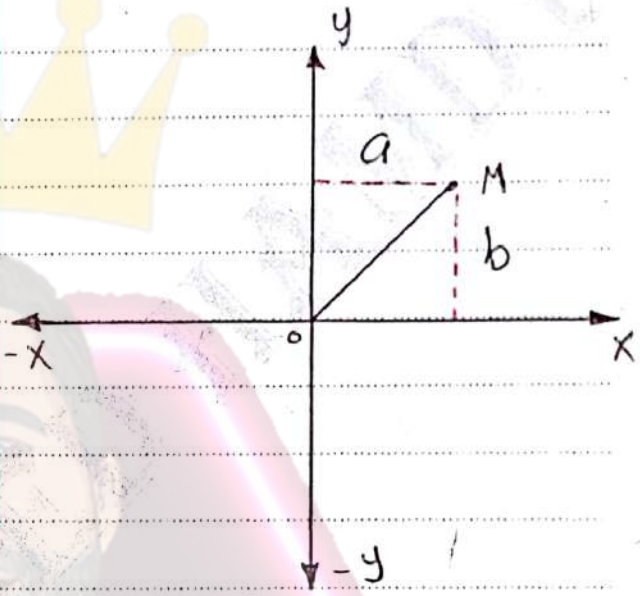
Where:-

X, Y, Z :→ axis

a, b, c :→ Distance

i, j, k :→ Units

Two Dimension [2D]



$\rightarrow \overline{oM} = (a\,,\ b)$

← في نظام الإحداثيات ثنائي الأبعاد (2D) لإيجاد نقطة في مستوى مثل (M) نتحرك أفقياً من نقطة الأصل (o) فنتحرك على محور (X) أولاً مسافة (a) ثم نتحرك على محور (y) ثانياً مسافة (b) وبكده اصبح بالتجه

$oM = (a, b)$

Where:-

a, b :→ Distance

Scanned by CamScanner

(خلي بالك . اى متجه فى الدنيا له قيمه واتجاه)

$\overrightarrow{oM} = (a\,i, b\,j, c\,k)$

قيمة [magnitude]

ويعني ايجاد مقدار او قيمه للمتجه وذلك عن طريق القانون

$|oM| = \sqrt{a^2+b^2+c^2}$

اتجاه [Direction]

ويعني ايجاد نقاط المتجه لكاملة وذلك بطريقتين

$oM = (a, b, c)$

ملحوظة

* مسألة اوضح انه مقدار او قيمه اى متجه تعتمد على اتجاه او لا تعتمد عليه فالقانون بمقدار يعتمد على إشارات.

طرق ايجاد Direction

① عن طريق طرح النقاط ② عن طريق التحرك على المحاور

* لايجاد الاتجاه بين نقطتين

« طرح نقطة النهاية من نقطة البداية »

A (1, 3, 2) ⟶ B (3, 6, 8)

* $\overrightarrow{AB} = B - A$

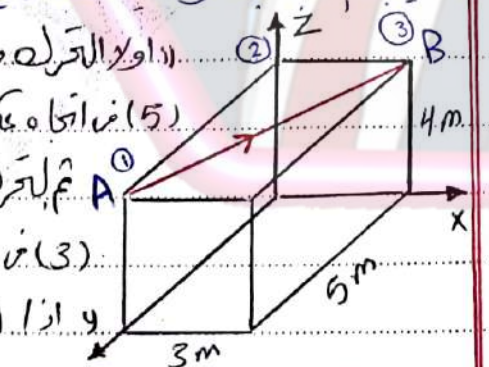
* $\overrightarrow{AB} = (2, 3, 6)$ #

* لايجاد الاتجاه بمعلومية المسافات على المحاور

« اول التحرك من 1 ← 2 مسافة (5) في اتجاه عكس محور (y) اذا (-5)

ثم التحرك من 2 ← 3 مسافة (3) في اتجاه محور (x)

و اذا (3) »



* $\overrightarrow{AB} = (3, -5, 0)$ #

Scanned by CamScanner

* انواع القوى *
Types of Forces

① one Component	② Two Component	③ Three Component
توازى او تنطبق على	تميل على المستوى	تقع فى الفراغ وتطلق على
* X - axis	* X-Y Plane	(X , Y , Z)
* Y - axis	* X-Z Plane	وتصنع معهم زوايا
* Z - axis	* Y-Z Plane	(α , β , γ)

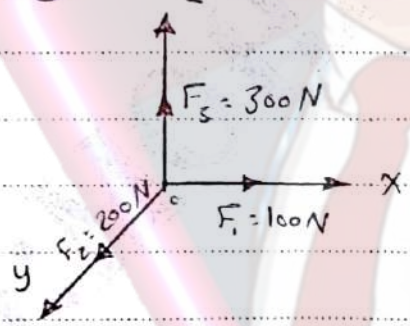
* ملحوظة هامة :

ياعنى ايه محصلة القوى ؟؟ اللى هى (Resultant force) ؟

ياعنى مجموع كل القوى على محور (X) [ΣF_x] ومجموع كل القوى على محور (Y) [ΣF_y] ومجموع كل القوى على محور (Z) [ΣF_z] .

one Component

قوى متنطبقة



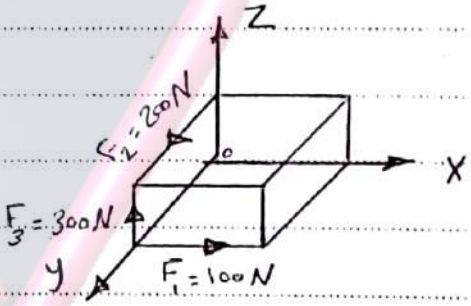
$\vec{F_1} = (100\,N\,i\,,\ 0\,,\ 0)$

$\vec{F_2} = (0\,,\ 200\,J\,,\ 0)$

$\vec{F_3} = (0\,,\ 0\,,\ 300\,K)$

$\vec{R} = (100\,i\,,\ 200\,J\,,\ 300\,K)$

قوى موازية



$\vec{F_1} = (100\,i\,,\ 0\,,\ 0)$

$\vec{F_2} = (0\,,\ 200\,J\,,\ 0)$

$\vec{F_3} = (0\,,\ 0\,,\ 300\,K)$

$\vec{R} = (100\,i\,,\ 200\,J\,,\ 300\,K)$ #

Scanned by CamScanner

Two Component

① in [X - Y] Plane

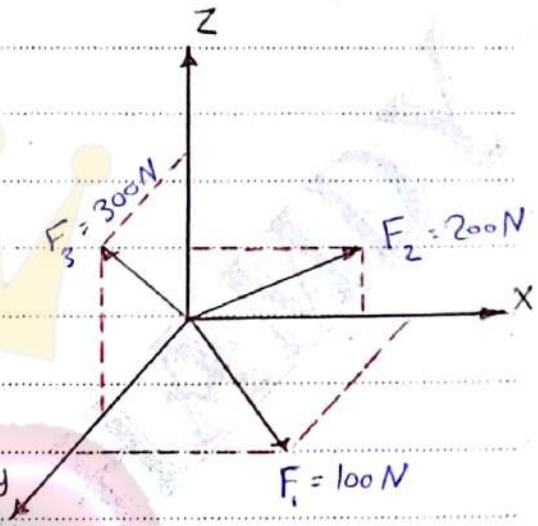
$\vec{F_1} = (\text{تحليل لقوه } 100 \text{ على محور } X)\,i + (\text{تحليل لقوه } 100 \text{ على محور } Y)\,J$

② in [X - Z] Plane

$\vec{F_2} = (\text{تحليل لقوه } 200 \text{ على محور } X)\,i + (\text{تحليل لقوه } 200 \text{ على محور } Z)\,K$

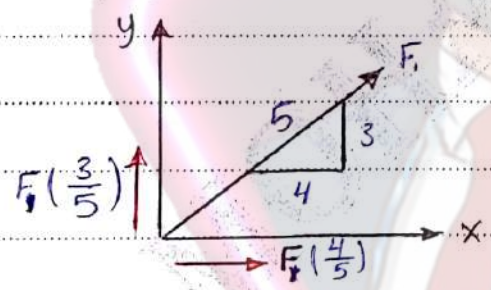
③ in [Y - Z] Plane

$\vec{F_3} = (\text{تحليل لقوه } 300 \text{ على محور } Y)\,J + (\text{تحليل لقوه } 300 \text{ على محور } Z)\,K$



تحليل لقوى

عن طريق المثلث

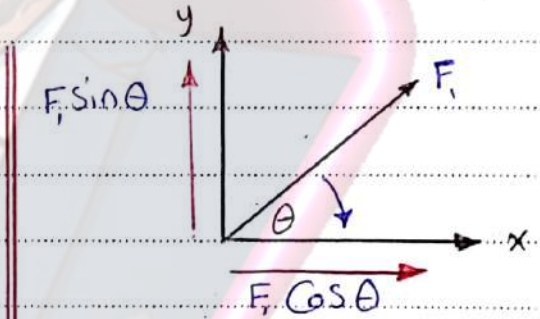


$F_x = |F| \times \frac{\text{المقابل الموازى لمحور } X}{\text{الوتر}}$

$F_y = |F| \times \frac{\text{المقابل الموازى لمحور } Y}{\text{الوتر}}$

$\vec{F_1} = (F_1(\frac{4}{5})\,i + F_1(\frac{3}{5})\,J)$ ✱

عن طريق الزوايا



* اذا اظهرت القوه على الزاويه تاخد Cosθ
* اذا اظهرت القوه بعيد عن الزاويه تاخد Sinθ
* الاشاره تحدد تبعا لاتجاه القوه بالنسبه لاتجاه المحور بالطريقه دلب

$\vec{F_1} = (F\cos\theta\,i + F\sin\theta\,J)$ ✱

Scanned by CamScanner

Three Component

* هى القوى التى تقع فى الفراغ وتكون مائلة (اى غير موازية او عمودية على المحاور) وهذه القوى لتحويلها من كمية قياسية (magnitude) الى متجه (vector) نستخدم القانون التالى:

$$\bar{F} = f \times \hat{e}_{(\ )}$$

where:-

$\bar{F}$:⟶ القوة المراد تحويلها الى متجه

f :⟶ مقدار او قيمة القوة (Scalar)

$\hat{e}$:⟶ متجه الوحدة (unit vector)

$[\hat{e}_x \ \hat{u}_x \ \hat{\lambda}_x \ (\ )]$:⟶ هذه رموز المتجه الوحدة

$$\text{unit Vector}(\hat{e}) = \frac{\text{Direction}}{\text{magnitude}}$$

$$\overline{OM} = (a\,i, b\,j, c\,k)$$

$$\hat{e}_{(OM)} = \frac{(a, b, c)}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$$

ملاحظات:-

* الـ Direction ممكن اجيب عن طريق نقطتين او من خلال اضافات على الرسم حسب السؤال (ارجع صـ 2)
* يتم حساب المقدار (magnitude) بعد ايجاد الـ (Direction) اولاً
* اى قوة لو توازن ولا تنظيف ولا تقع بيهم مستويين فى (Three Component)

Scanned by CamScanner

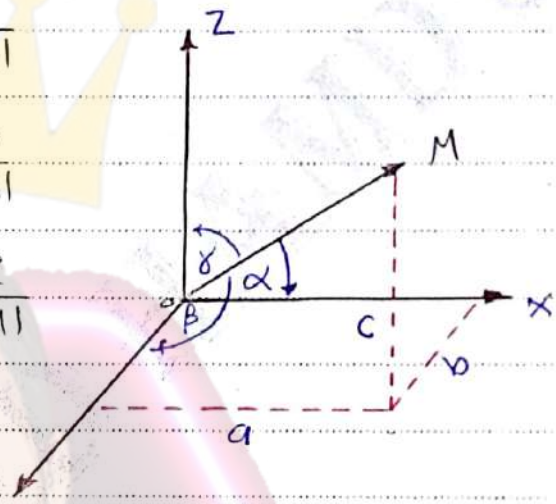
Direction Angles

* هى الزوايا التى يصنعها اى متجه يقع فى الفراغ (Three Component) مع المحاور الثلاثة (X, Y, Z).

$L = \cos\alpha = \frac{\text{المسقط على محور X}}{\text{مقدار المتجه}} = \frac{a}{|OM|}$

$m = \cos\beta = \frac{\text{المسقط على محور Y}}{\text{مقدار المتجه}} = \frac{b}{|OM|}$

$n = \cos\gamma = \frac{\text{المسقط على محور Z}}{\text{مقدار المتجه}} = \frac{c}{|OM|}$



where:-

α = alpha :→ الزاوية بين المتجه ومحور X

β = Beta :→ الزاوية بين المتجه ومحور Y

γ = gama :→ الزاوية بين المتجه ومحور Z

$$\therefore L^2 + m^2 + n^2 = 1$$

Ex1: Determine The Direction angles for $\bar{A} = 3\bar{i} + 2\bar{J} + 6\bar{K}$

Sol.. $|A| = \sqrt{3^2 + 2^2 + 6^2} = 7$

$L = \cos\alpha = \frac{3}{7}$

$m = \cos\beta = \frac{2}{7}$

$n = \cos\gamma = \frac{6}{7}$

$L^2 + m^2 + n^2 = 1$

$(\frac{3}{7})^2 + (\frac{2}{7})^2 + (\frac{6}{7})^2$

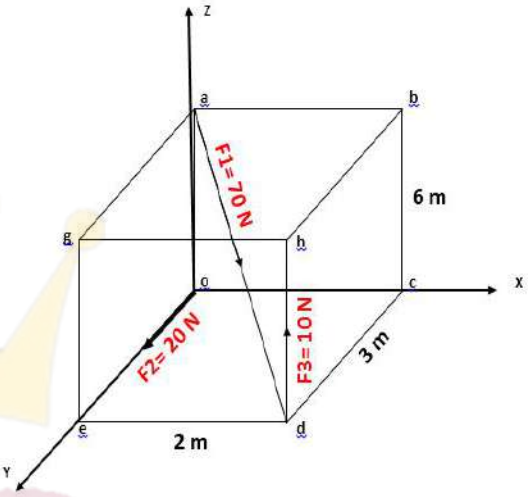
$\frac{9+4+36}{49} = \frac{49}{49} = 1$ #

Scanned by CamScanner

EX2 :- For the shown figure Determine the Resultant Force

1- vector 2- magnitude

Sol



$\overrightarrow{F_1} = f \cdot \hat{e}_{(AD)}$ (Three Component)

$\overrightarrow{F_1} = 70 \cdot \frac{AD}{|AD|}$

$\overrightarrow{F_1} = 70 \cdot \frac{(2, 3, -6)}{7}$

$\overrightarrow{F_1} = 10 (2, 3, -6)$ #

$\overrightarrow{F_1} = (20\vec{i}, 30\vec{j}, -60\vec{k})$

$\overrightarrow{F_2} = (0, 20\vec{j}, 0)$ (one Component)

$\overrightarrow{F_3} = (0, 0, 10\vec{k})$ (one Component)

1- $R = (20\vec{i}, 50\vec{j}, -50\vec{k})$ #

$|R| = \sqrt{20^2 + 50^2 + 50^2}$

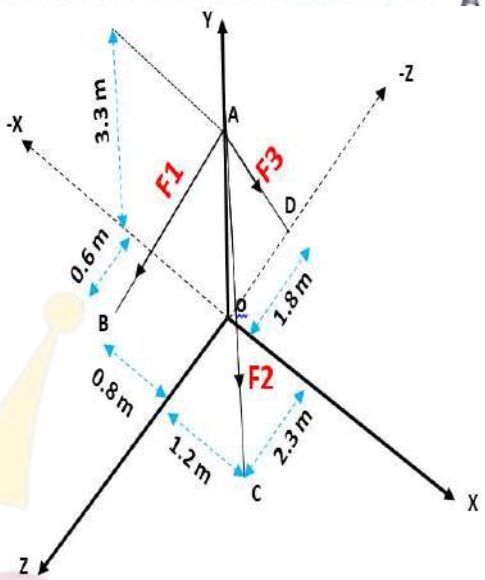
2- $|R| = 73.4\ N$ #

Scanned by CamScanner

EX3:- Three Forces F_1, F_2, F_3. if the magnitude of these forces are

$F_1 = 5N \quad F_2 = 6N \quad F_3 = 7N$

Determine the Resultant Force and Direction Cosines.



Sol

$\vec{F_1} = f_1 \cdot \hat{e}_{(AB)}$

$\vec{F_1} = 5 \cdot \frac{(-0.8, -3.3, 0.6)}{3.4}$

$\vec{F_1} = (-1.1\vec{i}, -4.85\vec{j}, 0.88\vec{k})$

$\vec{F_2} = f_2 \cdot \hat{e}_{(AC)}$

$\vec{F_2} = 6 \cdot \frac{(1.2, -3.3, 2.3)}{4.1}$

$\vec{F_2} = (1.75\vec{i}, -4.82\vec{j}, 3.36\vec{k})$

$\vec{F_3} = f_3 \cdot \hat{e}_{(AD)}$

$\vec{F_3} = 7 \cdot \frac{(0, -3.3, -1.8)}{3.7}$

$\vec{F_3} = (0, -6.24\vec{j}, -3.40\vec{k})$

$\vec{R} = (0.58\vec{i}, -15.91\vec{j}, 0.84\vec{k})$ #

$|R| = 15.9 \simeq 16\ N$

$\cos\alpha = \frac{0.58}{16} \qquad \cos\beta = \frac{-15.91}{16} \qquad \cos\gamma = \frac{0.84}{16}$

$\left(\frac{0.58}{16}\right)^2 + \left(\frac{-15.91}{16}\right)^2 + \left(\frac{0.84}{16}\right)^2 = 0.99 \simeq 1$ #

Scanned by CamScanner

Vector operations

١ جمع وطرح باتجاهات :-

Let :- $\bar{A} = a_1 i , b_1 j , c_1 k$

$\bar{B} = a_2 i , b_2 j , c_2 k$

⊕ $\bar{A} + \bar{B} = [(a_1 + a_2) i , (b_1 + b_2) j , (c_1 + c_2) k]$

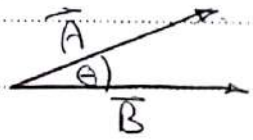
⊖ $\bar{A} - \bar{B} = [(a_1 - a_2) i , (b_1 - b_2) j , (c_1 - c_2) k]$

٢ ضرب باتجاهات :-

① scalar Product الضرب القياسي

* يرمز له بالنقطة (.) [dot]
* ناتج الضرب يكون كمية قياسية [رقم]

* حالة أولى * وجود زاوية بينهما باتجاهيهما



$A \cdot B = |A| \cdot |B| \cdot \cos\theta$

* حالة ثانية * عدم وجود زاوية بينهما باتجاهيهما

$A \cdot B = [(a_1 . a_2) \pm (b_1 . b_2) \pm (c_1 . c_2)]$

* يشاور حسب ناتج الضرب

* $i . i = 1$ $j . j = 1$ $k . k = 1$

* وظيفته :-

← نستخدم الضرب القياسي لإيجاد إسقاط بين باتجاهين [Projection]

Scanned by CamScanner

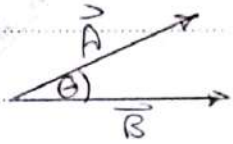
② vector Product الضرب الاتجاهي

* يرمز له بالرمز (X) [CROSS]
* ناتج الضرب يكون متجه [i, J, K]

* حالة أولى *
وجود زاوية بينهما
اتجاهه

* حالة ثانية *
عدم وجود زاوية بينهما
اتجاهه

$\vec{A} \times \vec{B}$



$$\begin{array}{c|ccc} & \oplus & \ominus & \oplus \\ & i & J & K \\ \vec{A} & a_1 & b_1 & c_1 \\ \vec{B} & a_2 & b_2 & c_2 \end{array}$$

$$A \times B = |A| \cdot |B| \cdot \sin\theta$$

$$A \times B = [+(b_1 c_2 - b_2 c_1) i - (a_1 c_2 - a_2 c_1) J + (a_1 b_2 - a_2 b_1) K]$$

* وظيفته:
- يستخدم الضرب الاتجاهي لإيجاد العزوم [Moments]

ملاحظات هامة

1- if $\vec{A} \cdot \vec{B} = 0$ Then $A \perp B$
2- if $\vec{A} \times \vec{B} = 0$ Then $A \parallel B$
3- $\vec{A} \times \vec{B} \neq \vec{B} \times \vec{A}$
4- $(\vec{A} \times \vec{B}) \times \vec{C}$

* يمكن استخدام كل من الضرب القياسي والاتجاهي.

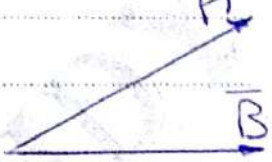
Scanned by CamScanner

Projection إسقاط

* أحياناً يرمز له بالرمز [Proj]

$$Proj(\bar{A}/\bar{B}) = \frac{\text{المتجه الأول} \odot \text{المتجه الثاني}}{\text{مقدار المتجه الثاني}}$$

المتجه الأول — المتجه الثاني — مرتبط بقياس



$$\therefore Proj(\bar{A}/\bar{B}) = \frac{\vec{A}\cdot\vec{B}}{|B|} \quad \text{(Scalar)}$$

$$Proj(\bar{A}/\vec{B}) = \frac{\vec{A}\cdot\vec{B}}{|B|}\cdot \hat{e}_{(B)} \quad \text{(Vector)}$$

Ex4: $\vec{A} = 3i + 2J + 6K$, $\vec{B} = 4i + 4J + 2K$

Determine $Proj(A/B)$.

Sol

$$Proj(A/B) = \frac{\vec{A}\cdot\vec{B}}{|B|}$$

* $\vec{A}\cdot\vec{B} = (3*4) + (2*4) + (6*2)$

$A\cdot B = 32$

* $|B| = \sqrt{4^2+4^2+2^2} = 6$

$$Proj(\bar{A}/\bar{B}) = \frac{32}{6} = 5.33 \quad \#$$

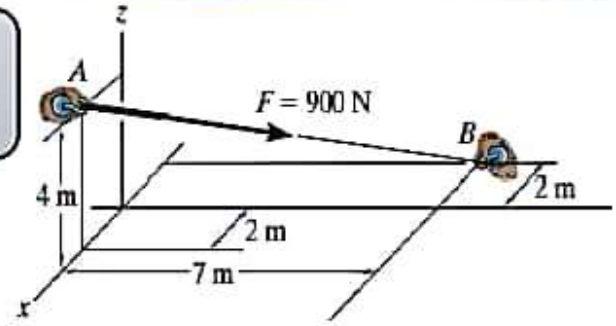
Scanned by CamScanner

MECHANICS

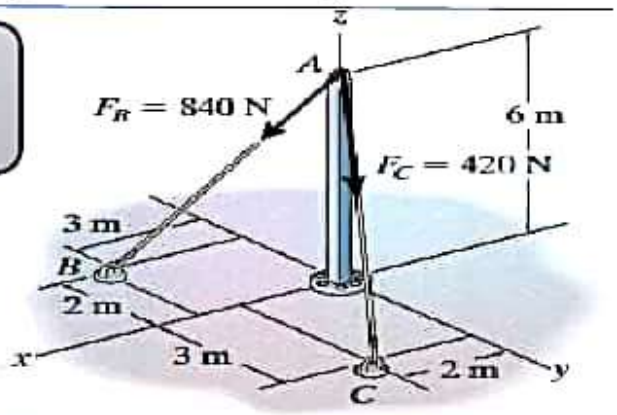
ASSIGNMENT 1

STATICS

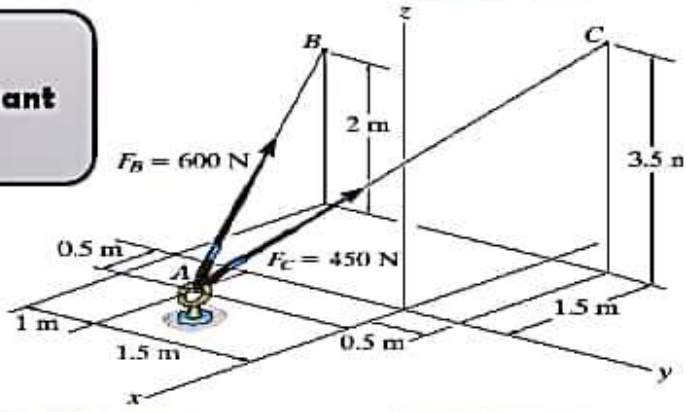
① Express the force as a Cartesian vector.



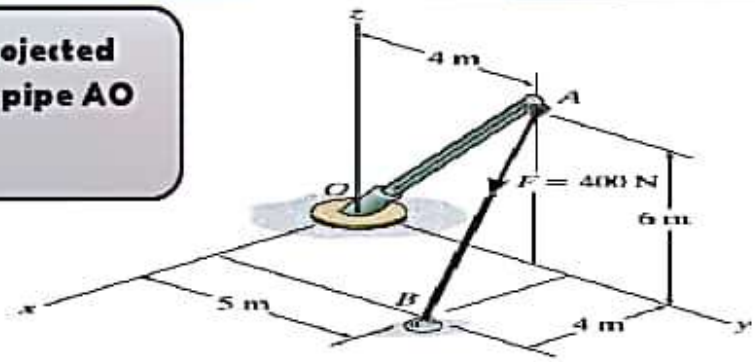
② Determine the magnitude of the resultant force



③ Determine the magnitude and coordinate direction angles of the resultant force



④ Find the magnitude of the projected component of the force along the pipe AO



ENG / MOHAMED HAMDY

01025135333

Scanned by CamScanner